3

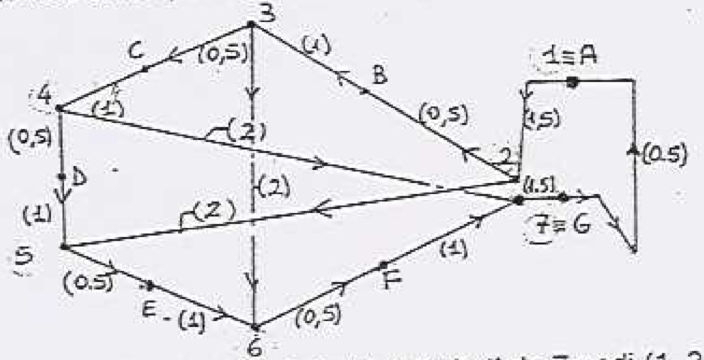
TEMA 2

AGV

Tema

ESAME DI STATO DEL 02/05/1997 (Ingegneria Gestionale)

Si abbia la seguente rete di trasporto per carrelli a guida automatica (AGV) composta da 7



stazioni (A, B, C, D, E, F, G) suddivisa in tratti delimitati da 7 nodi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). I tratti sono monodirezionali e le unità di carico richieste alle stazioni sono:

	A	B	C	D	E	F	G
A	##	~~10~~ ~~8~~ ~~4~~		~~6~~		~~8~~ ~~3~~	~~4~~
B		##			~~4~~		~~3~~ ~~2~~
C			##				
D				##			
E					##		
F						##	~~3~~
G							##

I tempi di carico ammontano a 15 minuti per tutte le stazioni eccetto A e B per le quali ammonta a 10 minuti. I tempi di scarico valgono 25 minuti per tutte le stazioni eccetto la stazione G che impiega 15 minuti. I tempi di percorrenza sono costanti e non si possono parzializzare ~~i~~ carichi. Nella figura riportata i numeri tra parentesi rappresentano i tempi impiegati da un carrello per percorrere il relativo tratto (velocità costante).

Al candidato è richiesto di:

1) ricavare la tabella dei tempi di percorrenza fra le stazioni seguendo il percorso più breve;
2) il tempo totale di attività dei carrelli;
3) impostare il sistema di equazioni lineari aventi come funzione obiettivo il tempo di percorrenza a veicoli scarichi e come vincoli il bilancio dei carrelli in entrata e uscita da ogni stazione;
4) ipotizzando di aver a disposizione 3 ennuple di valori (Xi,j: veicoli scarichi da i a j):

XBC=5	XDA=5	XDC=1	XEA=1	XFA=8	XGA=10
XBC=2	XDA=4	XDC=1	XEA=1	XFA=8	XGA=10
XBC=2	XDA=5	XDC=1	XEA=1	XFA=8	XGA=10

con tutti i rimanenti termini nulli, trovare qual'è la soluzione ottimale e il valore minimo della funzione obiettivo;
5) se un carrello è disponibile per 437 minuti ogni turno, trovare il numero minimo di carrelli;
6) definire alcune alternative di "route" e i "trips" e schematizzare le varie alternative;
7) scegliere l'alternativa migliore e giustificare la scelta e suggerire eventuali spostamenti di stazioni;
8) trovare di quanto cambia la funzione obiettivo se si ipotizza che i carrelli impiegano 0,25 minuti per la rampa di accelerazione e altri 0,25 per il rallentamento.

AGV

1. TEMPI DI PERCORRENZA FRA LE STAZIONI   OK

Da/a	A	B	C	D	E	F	G
A		2	3,5	5	4	5,5	8
B	6,5		1,5	3	4,5	3,5	6
C	5	7		1,5	3	4,5	4,5
D	6	8	9,5		1,5	3	5,5
E	4,5	6,5	8	9,5		1,5	4
F	3	5	6,5	8	7		2,5
G	0,5	2,5	4	5,5	4,5	6	

• $(A-B) = A \longrightarrow 2 \longrightarrow B = 2$

• $(A-C) = A \longrightarrow 2 \longrightarrow B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{0,5} C = 3,5$

• $(A-D) = A \longrightarrow 2 \longrightarrow B \longrightarrow 3 \longrightarrow C \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{0,5} D = 5$

• $(A-E) = A \xrightarrow{1,5} 2 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{0,5} E = 4$

• $(A-F) \begin{cases} = A \xrightarrow{1,5} 2 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{0,5} E \xrightarrow{1} 6 \xrightarrow{0,5} F = 5,5 \\ = A \xrightarrow{1,5} 2 \xrightarrow{0,5} B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{0,5} F = 5,5 \end{cases}$

• $(A-G) \begin{cases} = A \longrightarrow 2 \longrightarrow B \longrightarrow 3 \longrightarrow C \longrightarrow 4 \longrightarrow G = 8 \\ = A \longrightarrow 2 \longrightarrow B \longrightarrow 3 \longrightarrow 6 \longrightarrow F \longrightarrow G = 8 \end{cases}$

• $(B-A) \begin{cases} = B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{0,5} F \xrightarrow{0,5} G \xrightarrow{0,5} A = 6,5 \\ = B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{0,5} C \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{1,5} G = 6,5 \end{cases}$

• $(B-G) = B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{0,5} C \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{1,5} G = 6$

$= B \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{0,5} F \xrightarrow{1} 7 \xrightarrow{1,5} G = 6$

2. TEMPO TOTALE DI ATTIVITÀ DEI CARRELLI

$u_{AB} = 10$ $\quad u_{BE} = 4$ $\quad u_{CG} = 3$ $\quad u_{FG} = 3$

$u_{AD} = 6$ $\quad u_{BG} = 4$

$u_{AF} = 8$

Caso. $t'_{ij} = t_{ij}$

$$t''_{ij} = t_i + U_j + t_{ij}$$

$$t''_{AB} = t_A + U_B + t_{AB} = 10 + 25 + 2 = 37$$

$$t''_{AD} = t_A + U_D + t_{AD} = 10 + 25 + 5 = 40$$

$$t''_{AF} = t_A + U_F + t_{AF} = 10 + 25 + 5{,}5 = 40{,}5$$

$$t''_{BE} = t_B + U_E + t_{BE} = 10 + 25 + 4{,}5 = 39{,}5$$

$$t''_{BG} = t_B + U_G + t_{BG} = 10 + 15 + 6 = 31$$

$$t''_{CG} = t_C + U_G + t_{CG} = 15 + 15 + 4{,}5 = 34{,}5$$

$$t''_{FG} = t_F + U_G + t_{FG} = 15 + 15 + 2{,}5 = 32{,}5$$

$$\sum_i \sum_j u_{ij} t''_{ij} = 370 + 240 + 324 + 158 + 124 + 103{,}5 + 97{,}5 = 1417$$

3. SISTEMA DI EQUAZIONI LINEARI

Movimenti dei veicoli scarichi (flussi netti):

Stazione	A	B	C	D	E	F	G
Totale A	0	10	0	6	4	8	10
Totale DA	24	8	3	0	0	3	0
NF(i)	-24	2	-3	6	4	+5	10

↳ A_DA

Vincoli che esprimono la disponibilità di carrelli:

$$\sum_j x_{ij} = a_i \quad \forall i \qquad a_i = \begin{cases} NF(i) & \text{se } NF(i) \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x_{AA} + x_{AB} + x_{AC} + x_{AD} + x_{AE} + x_{AF} + x_{AG} = 0} \\ x_{BA} + x_{BB} + x_{BC} + x_{BD} + x_{BE} + x_{BF} + x_{BG} = 2 \\ \cancel{x_{CA} + x_{CB} + x_{CC} + x_{CD} + x_{CE} + x_{CF} + x_{CG} = 0} \\ x_{DA} + x_{DB} + x_{DC} + x_{DD} + x_{DE} + x_{DF} + x_{DG} = 6 \\ x_{EA} + x_{EB} + x_{EC} + x_{ED} + x_{EE} + x_{EF} + x_{EG} = 4 \\ x_{FA} + x_{FB} + x_{FC} + x_{FD} + x_{FE} + x_{FF} + x_{FG} = 5 \\ x_{GA} + x_{GB} + x_{GC} + x_{GD} + x_{GE} + x_{GF} + x_{GG} = 10 \end{cases}$$

Vincoli che esprimono la necessità di carrelli:

$$-\sum_j x_{ji} = -b_i \qquad b_i = \begin{cases} NF(i) & \text{se } NF(i) \leq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{AA} + x_{BA} + x_{CA} + x_{DA} + x_{EA} + x_{FA} + x_{GA} = 24 \\ \cancel{x_{AB} + x_{BB} + x_{CB} + x_{DB} + x_{EB} + x_{FB} + x_{GB} = 0} \\ x_{AC} + x_{BC} + x_{CC} + x_{DC} + x_{EC} + x_{FC} + x_{FG} = +3 \\ \cancel{x_{AD} + x_{BD} + x_{CD} + x_{DD} + x_{ED} + x_{FD} + x_{GD} = 0} \\ \cancel{x_{AE} + x_{BE} + x_{CE} + x_{DE} + x_{EE} + x_{FE} + x_{GE} = 0} \\ \cancel{x_{AF} + x_{BF} + x_{CF} + x_{DF} + x_{EF} + x_{FF} + x_{GF} = 0} \\ \cancel{x_{AG} + x_{BG} + x_{CG} + x_{DG} + x_{EG} + x_{FG} + x_{GG} = 0} \end{cases}$$

Quindi f.ne obiettivo:

$\min \sum_i \sum_j x_{ij} t_{ij}$

Vincoli:

$$\sum_j x_{ij} = a_i \quad \forall i$$

$$-\sum_j x_{ji} = -b_i \quad \forall i$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ interi}, \forall i,j$$

La f.ne obiettivo diventa:

$$\min\left(6{,}5\, X_{BA} + 1{,}5\, X_{BC} + 6\, X_{DA} + 9{,}5\, X_{DC} + 4{,}5\, X_{EA} + 8\, X_{EC} + 3\, X_{FA} + 6{,}5\, X_{FC} + 0{,}5\, X_{GA} + 4\, X_{GC}\right)$$

E i vincoli si riducono a:

$$\begin{cases} X_{BA} + X_{BC} = 2 \\ X_{DA} + X_{DC} = 6 \\ X_{EA} + X_{EC} = 4 \\ X_{FA} + X_{FC} = 5 \\ X_{GA} + X_{GC} = 10 \\ X_{BA} + X_{DA} + X_{EA} + X_{FA} + X_{GA} = 24 \\ X_{BC} + X_{DC} + X_{EC} + X_{FC} + X_{GC} = 3 \end{cases}$$

4. SCELTA DELLA SOLUZIONE

1ª ennupla: $X_{BC}=5$; $X_{DA}=5$; $X_{DC}=1$; $X_{EA}=1$; $X_{FA}=8$; $X_{GA}=10$

Vincoli: $\begin{cases} X_{BA}+X_{BC}=2 \Rightarrow 5=2 \text{ NO} \\ \end{cases}$

2ª ennupla: $X_{BC}=2$; $X_{DA}=4$; $X_{DC}=1$; $X_{EA}=1$; $X_{FA}=8$; $X_{GA}=10$

Vincoli:

$X_{BA}+X_{BC}=2 \Longrightarrow 2=2$ OK

$X_{DA}+X_{DC}=6 \Longrightarrow 5+1=6$ OK

$X_{EA}+X_{EC}=4 \Longrightarrow$ NO

3ª ennupla: $X_{BC}=2$; $X_{DA}=5$; $X_{DC}=1$; $X_{EA}=1$; $X_{FA}=8$; $X_{GA}=10$

Vincoli

$2=2$ OK

$6=6$ OK

$1=4$ NO

Nessuna delle 3 ennuple soddisfa i vincoli $\Longrightarrow$ nessuna è accettabile

Sarebbe accettabile la n-pla:

$X_{BC}=2$; $X_{DA}=5$; $X_{DC}=1$; $X_{EA}=4$; $X_{FA}=5$; $X_{GA}=10$

che fornisce come fz. obiettivo:

$$\Delta H = \sum_i \sum_j x_{ij} t_{ij} = 2 \cdot 1{,}5 + 5 \cdot 6 + 3{,}5 + 4{,}5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 10 \cdot 0{,}5 = 80{,}5$$

5. CALCOLO DEL NUMERO MINIMO DI CARRELLI

$$X = \frac{1417 + 80{,}5}{437} = 3{,}4$$

$Y = \lceil X \rceil = 4$ no. minimo carrelli

6. ROUTE e TRIPS

Per ciascuna richiesta si [illegible] muovendo lungo il percorso di [illegible]

Dalla n-pla definita come ottima costruiamo la tabella

Stazione DA	B	D	E	F	G	G
Stazione A	C	A	A	A	A	C
No. AGV scarichi mossi	2	6	4	5	9	1

Route	No. trips: $m(r)$	Stazioni toccate nella route "r"
1	6	A – D – A
2	4	A – B – E – A
3	4	A – B – G – A
	2	A – B – C – G – A
	5	A – F – A
	3	A – F – G – A
	1	C – G – C

Ordino le route per $m(r)$ decrescenti:

Route	No. trips: $m(r)$	Stazioni toccate nella route "r"
1	6	A – D – A
2	5	A – E – A
3	4	A – B – G – A
4	4	A – B – E – A
5	3	A – F – G – A
6	2	A – B – C – G – A
7	1	C – G – C

$$M = \sum_r m(r) = 25$$

Calcolo dei numeri d'ordine dei K-esimo trip della rotta r

$$n_r(K) = \left\langle \frac{M}{\omega(r)}(K-1)+1 \right\rangle \qquad K = 1, \dots, \omega(r)$$

ROUTE 1: $u_1(1) = \frac{95}{5} \cdot 0 + 1 = 1$

$u_1(2) = \cancel{4}\ 5$

$u_1(3) = 9$

$u_1(4) = 13$

$u_1(5) = 18$

$u_1(6) = 22$

ROUTE 2: $u_2(1) = 1$

$u_2(2) = 6$

$u_2(3) = 11$

$u_2(4) = 16$

$u_2(5) = 21$

ROUTE 3: $u_3(1) = 1$

$u_3(2) = 8$

$u_3(3) = 14$

$u_3(4) = 21$

ROUTE 4: $u_4(1) = 1$

$u_4(2) = 8$

$u_4(3) = 14$

$u_4(4) = 21$

ROUTE 5: $u_5(1) = 1$

$u_5(2) = 9$

$u_5(3) = 18$

ROUTE 6: $u_6(1) = 1$

$u_6(2) = 13$

ROUTE 7: $u_7(1) = 1$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
Rotte 1	X			X					X				X					X				X					
2	X					X					X					X					X						
3	X							X						X							X						
4	X							X						X							X						
5	X								X									X									
6	X												X														
7	X																										

Assegno i trip ai relativi numeri d'ordine, mantenendo la spaziatura fra i viaggi ottenuta, ma risolvendo i conflitti di assegnazione:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
R1	X			X					X				X					X				X				
R2		X					X					X					X					X				
R3			X							X						X							X			
R4					X							X						X							X	
R5						X								X									X			
R6								X												X						
R7											X															

8. CAMBIAMENTO DELLA FZ. OBIETTIVO SE I CARRELLI IMPIEGANO 0,25 MIN. PER ACCELERAZIONE E 0,25 MIN. PER RALLENTAMENTO

$$\Delta H = \sum_i \sum_j x_{ij} t_{ij} = 2 \cdot (1{,}5+0{,}5) + 5(6+0{,}5) + 1 \cdot (9{,}5+0{,}5) + 4{,}5(4+0{,}5) + 5(3+0{,}5) + 10(0{,}5$$
$$= 4 + 32{,}5 + 10 + 20{,}25 + 17{,}5 + 10 = 94{,}25 \text{ min}$$

Questa è la fz. obiettivo del sistema di vincoli lineari, poi si può ricalcolare $\sum_i \sum_j u_{ij} t''_{ij}$ e ridefinire il numero di AGV necessari

7. SCELTA ALTERNATIVA MIGLIORE E SPOSTAMENTI DI STAZIONI

Rendo la soluzione ammissibile: se ho conflitto fra 1 e 2, cambio 1 se $m_1 < m_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
R1	X			X					X				X					X				X					
R2		X					X					X					X				X						
R3			X							X						X							X				
R4					X										X				X						X		
R5						X								X										X			
R6								X												X							
R7											X																